

Musterlösung zu Aufgabe 4.1

a) Materialien und Konstruktion der Stützenschalung, Abmessungen der Stütze, Frischbetondruck

Materialien der Stützenschalung

Für eine Stahlbetonstütze ist eine Schalung zu konstruieren und zu bemessen, bestehend aus folgenden Materialien:

- Schalhaut: Mehrschichtenplatte (z.B. Fin-Ply – Birke) 21 mm
- Längsträger: Holzschalungsträger H 20
- Gurtungen: Säulenriegel 2 U 120
- Ankerung: Spannstab DYWIDAG \varnothing 15 mm

Sonst wie in den *Übungsbeispielen 4.1 bis 4.8*

Abmessungen der Stütze

Zu schalen ist eine Stütze mit Querschnitt $50 \cdot 50$ cm und einer Höhe von $H = 3,50$ m (*Bild 1*).

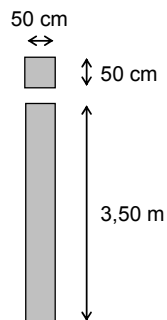


Bild 1 Abmessungen der Stütze

Konstruktion der Stützenschalung

Bevor eine konventionelle Stützenschalung bemessen werden kann, muss zunächst die Schalungskonstruktion entworfen werden. Dabei werden neben der Wahl der Materialien die Abstände der Gurtungen, Träger und der Sparschalung vorläufig gewählt. Der Entwurf der Stützenschalung wird in *Bild 2* als Grundriss und in *Bild 3* als Querschnitt dargestellt.

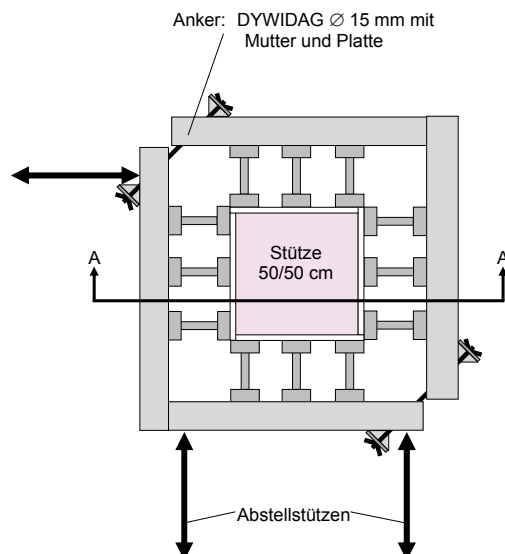


Bild 2 Grundriss: Konstruktion Stützenschalung

Sparschalung und Schalhaut:

Wird eine Sparschalung eingesetzt, kann die Schalhaut senkrecht gespannt werden. Dies ermöglicht eine senkrechte Tragrichtung der Schalhaut und damit den Einbau von senkrechten Brettern oder Dreischichtenplatten als Schalhaut ohne horizontale Stöße.

Da Mehrschichtenplatten keine ausgeprägte Haupttragrichtung in einer Plattenrichtung haben, ist deren Anordnung frei wählbar und eine Sparschalung nicht zwingend notwendig.

Frischbetondruck auf Stützenschalung

Betonmenge: $V_b = 0,5 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ m} \cdot 3,5 \text{ m} = 0,875 \text{ m}^3$

Betonierdauer: $T_b = 1,0 \text{ h}$ (Annahme: 60 Minuten)

Betonkonsistenz: F2

Steiggeschwindigkeit v nach Gleichung (2.23):

$$v = \frac{H}{T_b} = \frac{3,5 \text{ m}}{1,0 \text{ h}} = 3,5 \text{ m/h}$$

Maximaler Frischbetondruck $\sigma_{hk,max}$ gemäß DIN 18218 für die Betonkonsistenz F2 nach Gleichung (2.24):

$$\sigma_{hk,max} = (10 \cdot v + 19) \cdot K1 = (10 \cdot 3,5 + 19) \cdot 1,0 = 54,0 \text{ kN/m}^2$$

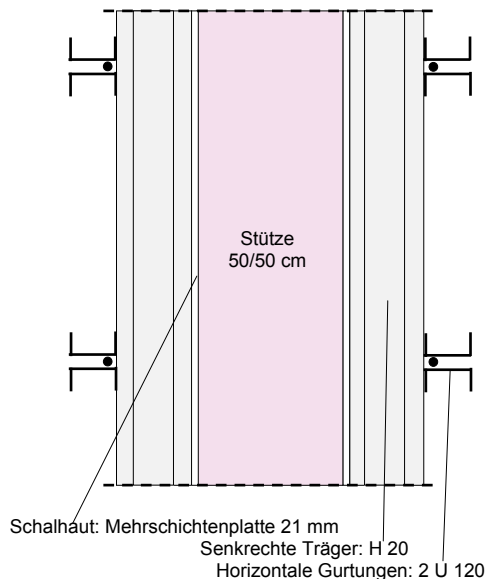


Bild 3 Querschnitt A-A: Konstruktion Stützenschalung

Für die Betonkonsistenz F2 ($n = 2$) werden in Gleichung (2.24) die Werte $A_2 = 10$ und $B_2 = 19$ aus Tabelle 2.3 eingesetzt. Bei einem Erstarrungsende von $t_E = 5 \text{ h}$ gilt nach Tabelle 2.4 $K1 = 1,0$. Bei einer Frischbetonrohichte von $\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$ wird der maximale Frischbetondruck auf die Schalung erreicht bei einer hydrostatischen Druckhöhe h_s von

$$h_s = \frac{\sigma_{hk,max}}{\gamma_c} = \frac{54,0 \text{ kN/m}^2}{25 \text{ kN/m}^3} = 2,16 \text{ m} < 3,50 \text{ m}$$

Die Verteilung des Frischbetondrucks wird nach DIN 18218 über die hydrostatische Druckhöhe h_s linear und darunter konstant angenommen.

Der charakteristische Wert der Einwirkung für die Bemessung der Stützenschalung ist damit der maximale Frischbetondruck $\sigma_{hk,max}$ mit

$$r_k = \sigma_{hk,max} = 54,0 \text{ kN/m}^2$$

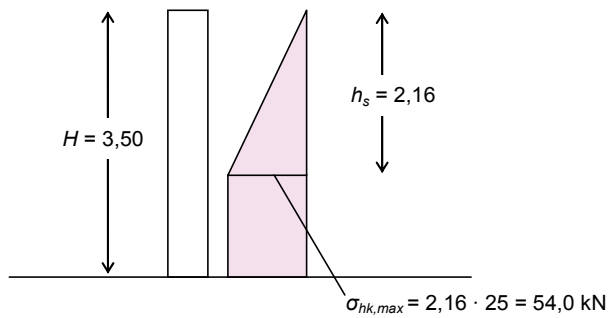


Bild 4 Betondruckverlauf

Für die Bemessung der Stützenschalung muss der maximale Frischbetondruck $\sigma_{hk,max}$ mit dem Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_G = 1,5$ für veränderliche Lasten nach DIN 1052 „Holzbauwerke“ multipliziert werden:

$$E_d = \sigma_{hk,max} \cdot \gamma_F = r_k \cdot \gamma_F = 54,0 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,5 = 81,0 \text{ kN/m}^2$$

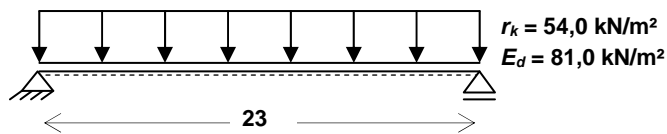
b) Nachweis der Schalhaut

Bemessungswerte für Mehrschichtenplatte Fin-Ply (Birke), PERI:

- Biegung $f_{m,d} = 0,875 \cdot 15 \text{ N/mm}^2 \cdot 1,5 = 19,6 \text{ N/mm}^2$ (Gleichungen 2.30 und 2.32),
- Schub $f_{v,d} = 5,1154 \text{ N/mm}^2$ (Tabelle 2.10, Übungsbeispiel 5.8)

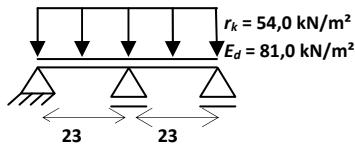
Statisches System: Einfeldträger

Der Achsabstand der senkrechten Träger beträgt $\ell = 23 \text{ cm}$.



Statisches System: Zweifeldträger

für die Schubbemessung:



Prinzipiell wird der Bemessung das statische System des **Einfeldträgers** zugrunde gelegt, solange es auf der sicheren Seite liegt. Für die Schubbemessung ist hier jedoch der **Zweifeldträger** das ungünstigere und tatsächlich wirksame statische System und wird daher hier zugrunde gelegt.

Schubbemessung

Maximale Querkraft $V_{r,d}$ nach Gleichung (2.18)

$$V_{r,d} = 1,25 \cdot \frac{E_d \cdot \ell}{2} = 1,25 \cdot \frac{81,0 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,23 \text{ m}}{2} = 11,64 \text{ kN/m}$$

Maximale Schubspannung τ_d mit Gleichung (2.16)

$$\tau_d = \frac{1,5 \cdot V_{r,d}}{A} = \frac{1,5 \cdot 11,64 \text{ kN/m}}{0,021 \text{ m} \cdot 1 \text{ m/m}} = 831,7 \text{ kN/m}^2$$

Nach Tabelle 2.10 ist der charakteristische Widerstand $f_{v,k}$ für Schub in der Mehrschichtenplatte aus Birken-Sperrholz:

$$f_{v,k} = 9,5 \text{ N/mm}^2$$

Als Dauer der Lasteinwirkung kann bei Schalungen in der Regel ein Zeitraum unter einer Woche angenommen werden. Somit kann gewöhnlich mit der Lasteinwirkungsklasse „Kurz“ nach Tabelle 2.9 gerechnet werden.

Da Schalungen regelmäßig hoher Feuchtigkeit ausgesetzt sind, ist in den meisten Fällen die Annahme der Nutzungsklasse 3 zu empfehlen.

Damit muss mit einem Modifikationsbeiwert von $k_{mod} = 0,70$ nach Tabelle 2.11 gerechnet werden. Der Bemessungswert $f_{v,d}$ für die Schubspannung im Nadelholz wird damit entsprechend Gleichung (2.31)

$$f_{v,d} = f_{v,k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 9,5 \text{ N/mm}^2 \cdot \frac{0,7}{1,3} = 5,1154 \text{ N/mm}^2$$

Der Nachweis der Schubspannung lautet somit

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{831,7 \text{ kN/m}^2}{5.115,4 \text{ kN/m}^2} = 0,16 < 1,0$$

Biegebemessung

Maximales Moment $M_{r,d}$

$$M_{r,d} = \frac{E_d \cdot \ell^2}{8} = \frac{81,0 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,23^2 \text{ m}^2}{8} = 0,54 \text{ kNm/m}$$

Vorhandene Spannung $\sigma_{m,d}$ nach Gleichung (2.13):

$$\sigma_{m,d} = \frac{M_{r,d}}{W_n} = \frac{0,54 \text{ kNm/m} \cdot 6}{0,021^2 \text{ m}^2 \cdot 1 \text{ m/m}} = 7.287,2 \text{ kN/m}^2$$

Für eine Mehrschichtenplatte aus Birken-Sperrholz mit der Nenndicke von 21 mm nach Tabelle 2.10 gilt $f_{m,k} = 39,4 \text{ N/mm}^2$ in Längsrichtung und $f_{m,k} = 34,3 \text{ N/mm}^2$ in Querrichtung. Für den ungünstigeren Wert in Querrichtung ergibt sich der Bemessungswert $f_{m,d}$ für Biegung zu:

$$f_{m,d} = f_{m,k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 34,3 \text{ N/mm}^2 \cdot \frac{0,7}{1,3} = 18,4692 \text{ N/mm}^2$$

Der Nachweis der Biegespannung lautet somit

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_m \cdot f_{m,d}} = \frac{7.287,2 \text{ kN/m}^2}{1,0 \cdot 18.469,2 \text{ kN/m}^2} = 0,39 < 1,0 \text{ nach Gleichung (2.12)}$$

mit $k_m = 1,0$.

Kippbeiwert k_m

Für den Kippbeiwert gilt $k_m = 1,0$, wenn die Ersatzstablänge $\ell_{ef} < 140 \cdot b^2/h$ ist.

Auf eine Ermittlung der Ersatzstablänge ℓ_{ef} nach DIN 1052 wird verzichtet. Sie wird näherungsweise zu $\ell_{ef} \approx \ell$ angenommen.

Für eine Schalttafel der Breite $b = 125 \text{ cm}$ mit der Spannweite $\ell = 23 \text{ cm}$ gilt: $\ell_{ef} < 140 \cdot 1,25^2/0,021 = 10.416,67 \text{ m}$; $\ell_{ef} \approx \ell = 0,23 \text{ m} < 10.416,67 \text{ m}$.

Berechnung der Durchbiegung w

Nach Gleichung (2.17) wird die Durchbiegung w mit der charakteristischen Einwirkung ohne Teilsicherheitsbeiwert berechnet.

$$w = \frac{5 \cdot r_k \cdot \ell^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

$$w = \frac{5 \cdot 54,0 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,23^4 \text{ m}^4 \cdot 12}{384 \cdot 6,61 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,021^3 \text{ m}^3 \cdot 1 \text{ m/m}} = 0,00004 \text{ m} = 0,04 \text{ mm}$$

mit $E_{mean} = 6.610 \text{ N/mm}^2 = 6,61 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$ für Mehrschichtenplatte Fin-Ply in Querrichtung (Tabelle 2.7).

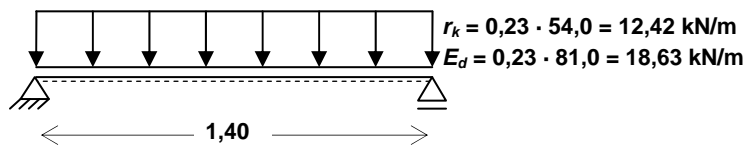
Nachweis der Sparschalung

Eine Sparschalung ist nicht erforderlich.

c) Nachweis der senkrechten Träger

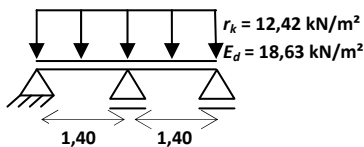
Statisches System: Einfeldträger

Der Gurtungsabstand beträgt 140 cm. Es wird der mittlere Träger betrachtet.



Statisches System: Zweifeldträger

für die Schubbemessung:



Für die Schubbemessung ist hier der Zweifeldträger das ungünstigere statische System.

Schubbemessung

Maximale Querkraft $V_{r,d}$ nach Gleichung (2.18)

$$V_{r,d} = 1,25 \cdot \frac{E_d \cdot \ell}{2} = 1,25 \cdot \frac{18,63 \text{ kN/m} \cdot 1,40 \text{ m}}{2} = 13,04 \text{ kN}$$

Der Bemessungswert nach Tabelle 2.17 für Holzschalungsträger H 20 beträgt $V_d = 16,5 \text{ kNm}$

$$\frac{V_{r,d}}{V_d} = \frac{13,04 \text{ kN}}{16,5 \text{ kN}} = 0,79 > 1,0$$

Tabelle 1 Bemessungswerte für Holzschalungsträger H 20 (Tabellen 2.15 und 2.17)

Bemessungswerte	Zulässige Lasten
$V_d = 16,5 \text{ kN}$	zul $Q = 11 \text{ kN}$
$M_d = 7,5 \text{ kNm}$	zul $M = 5 \text{ kNm}$
$E \cdot I = 450 \text{ kNm}^2$	

Biegebemessung

Maximales Moment $M_{r,d}$

$$M_{r,d} = \frac{E_d \cdot \ell^2}{8} = \frac{18,63 \text{ kN/m} \cdot 1,40^2 \text{ m}^2}{8} = 4,56 \text{ kNm}$$

Nach *Tabelle 2.17* beträgt damit der Bemessungswert des Moments für Holzschalungsträger H 20 $M_d = 7,5 \text{ kNm}$.

$$\frac{M_{r,d}}{M_d} = \frac{4,56 \text{ kNm}}{7,5 \text{ kNm}} = 0,61 < 1,0$$

Berechnung der Durchbiegung

Nach *Gleichung (2.17)* wird die Durchbiegung w mit der charakteristischen Einwirkung ohne Teilsicherheitsbeiwert berechnet.

$$w = \frac{5 \cdot r_k \cdot \ell^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

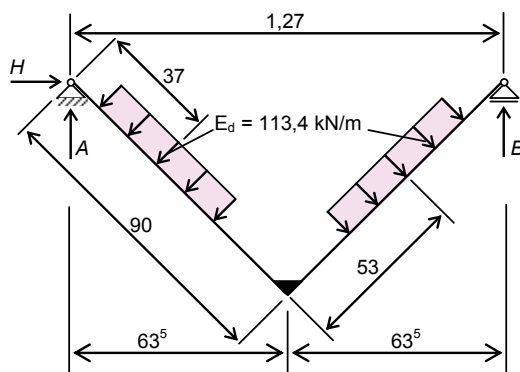
Nach *Tabelle 2.17* gilt für Holzschalungsträger H 20 $E \cdot I = 450 \text{ kNm}^2$.

$$w = \frac{5 \cdot 12,42 \text{ kN/m} \cdot 1,40^4 \text{ m}^4}{384 \cdot 450 \text{ kNm}^2} = 0,0014 \text{ m} = 1,4 \text{ mm}$$

d) Nachweis der Gurtungen

Statisches System: Einfeldträger

Der Säulenriegel hat einen rechtwinkligen Grundriss mit biegesteifer Ecke. Der Ankerabstand beträgt 1,27 m. Die Einzellasten werden vereinfacht als Streckenlast angenommen.



$$r_k = 1,4 \cdot 54,0 = 75,6 \text{ kN/m}$$

$$E_d = 1,4 \cdot 81,0 = 113,4 \text{ kN/m}$$

Bild 5 Statisches System: Grundriss Säulenriegel

Für die Auflagerkräfte der Spannanker A und B gilt

$$A + B = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot 113,4 \text{ kN/m} \cdot 0,5 \text{ m} = 80,2 \text{ kN}$$

$$A = B = 40,1 \text{ kN}$$

Die maximale Querkraft $V_{r,d}$ an den Auflagern des Säulenriegels bei den Ankerstellen ergibt sich zu

$$V_{r,d} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 40,1 \text{ kN} = 28,35 \text{ kN}$$

Die Auflagerkraft H ist bei der gegebenen Belastung $H = 0$.

Das maximale Moment $M_{r,d}$ in der biegesteifen Ecke des Säulenriegels ergibt sich zu

$$M_{r,d} = -40,1 \text{ kN} \cdot 0,637 \text{ m} + 113,4 \text{ kN/m} \cdot 0,5 \text{ m} \cdot 0,53 \text{ m} = 4,51 \text{ kNm}$$

Schubbemessung

Schubspannung τ_d für Stahlprofile (Gleichung 5.4)

$$\tau_d = \frac{V_{r,d} \cdot S_y}{I_y \cdot t}$$

Die maximale Schubspannung τ_d für Stahlprofile ergibt sich nach Gleichung (5.4) berechnet zu:

$$\tau_d = \frac{V_{r,d} \cdot S_y}{I_y \cdot t} = \frac{28,35 \text{ kN} \cdot 2 \cdot 36,3 \text{ cm}^3}{2 \cdot 364 \text{ cm}^4 \cdot 2 \cdot 0,9 \text{ cm}}$$

$$\tau_d = 1,5709 \text{ kN/cm}^2 = 15.709 \text{ kN/m}^2 = 15,709 \text{ N/mm}^2$$

Stahlprofile S 235 (St 37) für Gurtungen in Wandschalungen:

2 U120:

$$I_y = 2 \cdot 364 \text{ cm}^4, W_y = 2 \cdot 60,7 \text{ cm}^3, S_y = 2 \cdot 36,3 \text{ cm}^3, t = 2 \cdot 9 \text{ mm}, E \cdot I_y = 1.528,8 \text{ kNm}^2$$

Für Stahl S 235 entsprechend St 37 gilt die Streckgrenze $f_{y,k} = 240 \text{ N/mm}^2$. Die Grenznormalspannung ist:

$$\sigma_{R,d} = f_{y,d} = \frac{f_{y,k}}{\gamma_M} = \frac{240 \text{ N/mm}^2}{1,1} = 218,2 \text{ N/mm}^2$$

mit $\gamma_M = 1,1$. Die Grenzs Schubspannung ist:

$$\tau_{R,d} = \frac{f_{y,d}}{\sqrt{3}} = \frac{218,2 \text{ N/mm}^2}{\sqrt{3}} = 126,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\tau_d}{\tau_{R,d}} = \frac{15.709 \text{ kN/m}^2}{126.000 \text{ kN/m}^2} = 0,12 < 1,0$$

Biegebemessung

Biegespannung $\sigma_{r,d}$ für Stahlprofile (Gleichung 5.5)

$$\sigma_{y,d} = \frac{M_{r,d}}{W_y}$$

Vergleichsspannung σ_V für Stahlprofile (Gleichung 5.6)

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_{y,d}^2 + \tau_d^2}$$

Die vorhandene Biegespannung $\sigma_{y,d}$ für Stahlprofile wird berechnet nach Gleichung (5.5) zu:

$$\sigma_{y,d} = \frac{M_{r,d}}{W_y} = \frac{4,51 \text{ kNm}}{2 \cdot 60,7 \text{ cm}^3} = 37.150,0 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{\sigma_{y,d}}{\sigma_{R,d}} = \frac{37.150,0 \text{ kN/m}^2}{218.200 \text{ kN/m}^2} = 0,17 < 1,0$$

Die Vergleichsspannung σ_V ergibt sich nach Gleichung (5.6) aus

$$\sigma_V = \sqrt{37.150,0^2 + 15.709^2} = 40.334,8 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{\sigma_V}{\sigma_{R,d}} = \frac{40.334,8 \text{ kN/m}^2}{218.200 \text{ kN/m}^2} = 0,18 < 1,0$$

Berechnung der Durchbiegung

Die Durchbiegung w wird vereinfachend nach Gleichung (2.17) mit der charakteristischen Einwirkung ohne Teilsicherheitsbeiwert für einen Schenkel des Säulenriegels mit Länge $\ell = 90 \text{ cm}$ berechnet. Dabei wird die Belastung vereinfachend auf die volle Schenkellänge angenommen. Da die tatsächliche Lasteinwirkungslänge mit nur 50 cm kürzer ist, wird die tatsächliche Durchbiegung noch geringer. Auf eine genauere Berechnung wird hier verzichtet.

$$w = \frac{5 \cdot r_k \cdot \ell^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

$$w = \frac{5 \cdot 75,60 \text{ kN/m} \cdot 0,90^4 \text{ m}^4}{384 \cdot 1.528,8 \text{ kNm}^2} = 0,0004 \text{ m} = 0,4 \text{ mm}$$

e) Nachweis der Ebenheitstoleranzen

Die Summe der Durchbiegungen Σw entsprechend Gleichung (2.28) ergibt sich zu:

$$\Sigma w = 0,04 \text{ mm} + 1,4 \text{ mm} + 0,4 \text{ mm} = 1,84 \text{ mm}$$

Der Messpunktabstand m wird aus dem Abstand ℓ_1 zwischen biegesteifer Ecke und der Ankerstelle der Gurtungen und dem Gurtungsabstand ℓ_2 mit Gleichung (2.27) berechnet:

$$m = \sqrt{0,9^2 + 1,4^2} = 1,66 \text{ m} > 1,5 \text{ m}$$

Nach Tabelle 2.6 wird für den Messpunktabstand $m = 1,5 \text{ m} < 1,66 \text{ m}$ ein zulässiges Stichmaß

$$\text{zul } s = 4 \text{ mm} > 1,84 \text{ mm} = \Sigma w$$

für Zeile 7 gefordert. Damit sind die Ebenheitstoleranzen nach DIN 18202 erfüllt. Die geforderten Werte in den Zeilen 5 und 6 sind damit auch eingehalten.

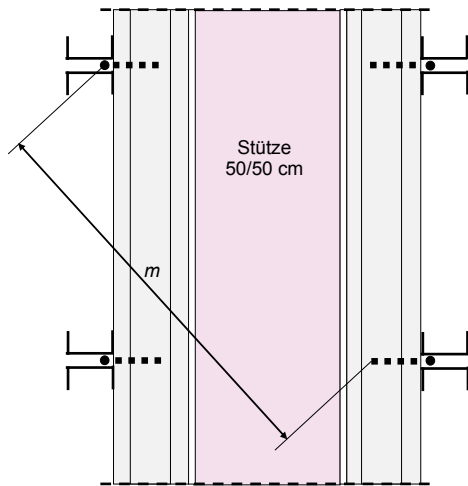


Bild 6 Messpunkt Abstand m

f) Nachweis der Ankerkraft

Die Ankerkraft entspricht den Auflagerkräften A und B des Säulenriegels.

$$F_N = A = B = 40,1 \text{ kN} < 135,0 \text{ kN} = N_{d, \text{Anker}}$$

für einen Spannstab DYWIDAG $\varnothing 15,0 \text{ mm}$ nach *Tabelle 2.23*.

g) Nachweis der Holzpressung

Knoten: Senkrechte Träger auf horizontaler Gurtung

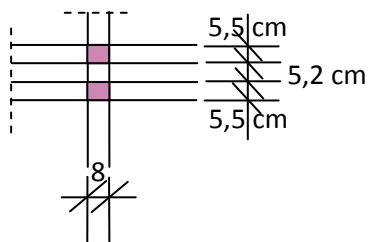


Bild 7 Auflagerfläche Träger – Gurtung

Die senkrechten Träger haben auf der horizontalen Gurtung eine Auflagerfläche von (*Bild 7*):

$$A_d = 2 \cdot 0,055 \cdot 0,08 = 0,0088 \text{ m}^2$$

Die zu übertragende Kraft $F_{c,90,d}$ an dieser Stelle entspricht der Summe der Querkräfte von beiden Seiten im senkrechten Träger:

$$F_{c,90,d} = 2 \cdot 13,04 \text{ kN} = 26,08 \text{ kN}$$

Vorhandene Querdruckspannung $\sigma_{c,90,d}$:

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_{c,90,d}}{A_d} = \frac{26,08 \text{ kN}}{0,0088 \text{ m}^2} = 2.963,6 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{f_{c,90,d}} = \frac{2.963,6 \text{ kN/m}^2}{3.600,0 \text{ kN/m}^2} = 0,82 < 1,0$$

mit dem Bemessungswert der **Querdrukfestigkeit (Pressung quer zur Faser)** für die Festigkeitsklasse C 24 von $f_{c,90,d} = 3,6 \text{ N/mm}^2$ nach *Abschnitt 2.7*.

g) Gurtungsabstände

Abschließend sind aufgrund des Konstruktionsentwurfs und der vorangegangenen Berechnungen die Gurtungsabstände über die gesamte Höhe der Stützenschalung endgültig festzulegen (*Bild 8*). Die Schalung wurde für einen maximalen Gurtungsabstand von $l = 1,40 \text{ m}$ bemessen. Der Schalungsüberstand von der untersten Gurtung nach unten sollte 40 cm nicht überschreiten. Der Schalungsüberstand von der obersten Gurtung nach oben kann größer sein, da der Schalungsdruck nach oben hin abnimmt.

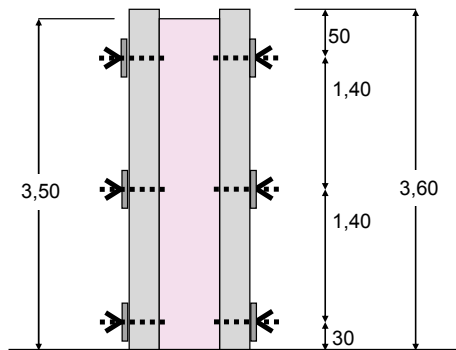


Bild 8 Gurtungsabstände

Die Schalungshöhe sollte hier zu $3,55$ bis $3,60 \text{ m}$ gewählt werden, also etwa 5 bis 10 cm höher als die Betonstütze. Notwendig ist ein geringer Überstand der Schalung und insbesondere der Schalhaut gegenüber dem Konstruktionsmaß der Stütze, um Toleranzen ausgleichen zu können und um die Arbeitsfuge zwischen Stütze und Decke oder Unterzug sauber ausführen zu können.

Für das Betonieren der Stütze ist außerdem das vorherige Anbringen von Dreikantleisten oder Trapezleisten an der Schalung erforderlich, um einerseits eine saubere Ausführung der Arbeitsfuge zu gewährleisten und um andererseits beim Betonieren einen optischen Anhalt für die geforderte genaue Betonierhöhe zu haben.